e SAYISI VE KAYIP TARİHİ

Bu araştırma, matematiğin pi kadar ilgi görmemiş fakat en az onun kadar önemli bir sabiti olan *e*'nin nasıl ortaya çıktığını, zaman içerisinde hangi evrelerden geçtiğini ve günümüzde nerelerde kullanıldığını göstermeyi amaçlar.

e sayısına kimilerine göre kendi isminin baş harfini vermiş olan Leonhard Euler sabitten ilk bahseden kişi olmasa da onu "*e*" olarak kullanan ilk insandır.

Leonhard Euler 15 Nisan 1707'de İsviçre'nin Basel kentinde doğdu. Babası Paul Euler bir Protestan papazıydı. Babası oğlunun da kendisi gibi papaz olmasını istiyordu. Çocukluk yılları boyunca aile dostları olan Johann Bernoulli'den matematik eğitimi almıştı. Yayımlanmamış otobiyografilerinde Euler Bernoulli'den şöyle söz eder: "Johann Bernoulli ile tanışma fırsatı buldum. Çok yoğun olduğundan bana özel dersler vermeyi reddetmişti fakat çok daha önemli bir tavsiyede bulunarak daha zor matematik kitapları okumamı ve özenle onlara çalışmamı istedi. Eğer bir engel ya da sorunla karşılaşırsam her Pazar günü akşamları kendisine giderek bunları sorabilecektim. Nitekim gittiğimde anlamadığım her şeyi bana nazikçe anlattı".

Fakat babasının isteği üzerine Basel Üniversitesi'nde İlahiyat, İbranice, ve Yunanca eğitimi aldı. Bu eğitim sonunda az daha papaz olmak üzere olan Leonhard, Johann Bernoulli'nin babasını "Onun büyük bir matematikçi olabilecek yeteneğe sahip" olduğunu söyleyerek ikna etmesiyle matematiğe yöneldi. 1726'da Basel Üniversitesi'nden mezun oldu. Eğitimi sırasında Descartes, Newton, Galileo ve Jacob Bernoulli gibi pek çok matematikçinin çalışmalarıyla ilgilenmiştir. 1727 yılında Paris Akademisinin düzenlediği ödüllü problem yarışmasına katıldı. Problem bir gemiye gemi direklerini yerleştirmek için en iyi yolu bulmaktı. Burada kazandığı ikincilik ödülü 20 yaşındaki biri için takdire şayandı. Çünkü birinciliği kazanan Pierre Bouger denizcilik mimarisinin babası olarak tanınan biriydi. Zaten Leonhard bu ödülü daha sonra 12 kez daha kazanmıştır.

Bu sırada Bernoulli'nin iki oğlu Daniel ve Nicolas St.Petersburg Akademisinde çalışıyorlardı. Nicolas apandisitten ölünce Daniel kadroya arkadaşı Euler'in uygun olduğunu düşündü. Euler teklifi kabul etti fakat bir sene sonrasına kadar Rusya'ya gitmedi. Nedeni ise o arada Basel Üniversitesi'nde fizik dalındaki görev için başvurmuş olmasıydı. Bu görevi alamadı ve Rusya'ya gitti.(5 Nisan 1727)

Orada ilk olarak Fen Bilimleri akademisinde çalışan Euler aynı zamanda 1727-1730 yılları arasında Rus ordusunda tıbbi uzmanlık yaptı. 1730'da Fizik profesörü oldu. Aynı yıl içinde St.Petersburg Gymnasium'dan bir ressamın kızı olan Katherina Gsell ile evlendi. Onüç çocuğundan sekizi küçük yaşlarda öldü. Euler'in iddiasına göre, en önemli matematiksel teoremleri bir çocuğu kucağında ve diğeri bacağından çekiştirirken bulmuştur.

1735'te bir takım sağlık problemleri yaşamaya başladı. Humma hastalığına yakalandı ve 1740'ta sağ gözü görmemeye başladı (Humma akut meydana gelen bir virüs hastalığıdır ve aniden 40 dereceye kadar ateşlenmeye, baş ağrısına, huzursuzluğa ve karın altında meydana gelen sancılara yol açar. Ateşlenme 3-4 gün sürer, sonra bir iki gün kaybolur ve birkaç gün sonra karaciğer rahatsızlığı, böbrek yetmezliği, ani kasılma ve afallanma gibi organik rahatsızlıklarla bir artış gösterir. Virüs sivrisineklerle bulaşır).

1741'de Büyük Fredrik'in teklifini değerlendirerek Berlin Akademisi'ne geçti. 380'den fazla makale yazdığı Berlin'de 25 yıl kaldı. Almanya'da kaldığı bu dönemde Fredrik'in yeğeni olan Anhalt-Dessau Prensesi'ne özel hocalık yaptı ve ona 200'ün üzerinde mektup yazdı. Bu mektuplar sonraları çok satanlar listesine giren "Bir Alman Prensesi'ne Mektuplar" isimli bir kitaba dönüştü. Daha sonraları Fredrik ile aralarında çıkan anlaşmazlıklar nedeniyle tekrar Rusya'ya döndü. Bu anlaşmazlıkların temelinde Fredrik'in akademiye getirdiği filozoflarla Euler'i karşılaştırarak onu yermeye başlaması yatıyordu. Voltaire bu filozoflardan biriydi. Euler biraz muhafazakâr ve çalışkan, inançları ve tatlarında geleneksel biriydi. Voltaire'le birçok zıt yönü bulunuyordu. Voltaire, hitabet egitimindeki eksikliğini kullanarak kendine has, çok bilinen alaycı üslûbuyla Euler'e inceden inceye dokundurmalarda bulunuyordu. Fredrik aynı zamanda Euler'in pratik mühendislik becerilerinin eksikliğinden duyduğu rahatsızlığı da dile getirmekten çekinmedi:"Bahçeme su fıskiyesi yaptırmak istedim. Euler suyu depoya yükseltecek tekerleklerin gücünü hesapladı. Fakat su depoya elli adımdan fazla yaklaşamadı. Batılların batılı! Geometrinin batıllığı!"

1766'da Rusya'ya geri dönen Euler hastalıktan ötürü tamamen kör oldu.

Bu dönüş tamamen bir trajediye dönüştü. 1771'deki bir yangında evi tamamen kül oldu, 1773'de de 40 yıllık hayat arkadaşını kaybetti.

Bu dönemde, kör olmasına rağmen çalışmalarını tamamlamak için çabasını arttırır. Elli sekiz yaşından sonra tamamen kör bir halde inanılmazı başarır ve çalışmalarını bitirir.

18 Eylül 1783'te bir beyin kanaması sonucu vefat eder.

Matematiğe Katkıları

Euler neredeyse matematiğin bütün alanlarında çalışmıştır; geometri, aritmetik, trigonometri, cebir ve sayı teorisi. Bunların dışında ay teorisi, uzay-zaman süreklisi mekaniği ve fiziğin daha birçok alanında katkıda bulunmuştur. Modern analitik geometri ve trigonometri konusunda geniş sınırlar çizmiş ve sinüs, cosinüs gibi fonksiyonları ilk olarak düşünen kişi olmuştur. Leibnitz'in diferansiyel analizi ile Newton'un akışkanlık teorisini birleştirmiştir. Diferansiyel eşitlikler için beta ve gamma fonksiyonlarını tanımlamıştır. Tıp, botanik ve kimya alanlarında da önemli çalışmaları olmuştur.

Bir fonksiyonu *f(x)* şeklinde göstermeyi (1734), doğal logaritmanın *e*'sini (1727), -1'in karekök değeri olan ¡'yi, pi için π sembolünü, toplam sembolü olan Σ'yi (1755) ve sonlu diferansiyellerin gösterimi olan Δy Δy^2 gibi birçok sembolü Euler'e borçluyuz.

Euler'in Bernoulli'lerle olan çalışmalarından ilgi duyduğu sayı teorisi, Goldbach'ın teşvikiyle daha da ilgisinin artmasını sağladı. Goldbach Euler'e Fermat'ın $2^n + 1$'lerin her zaman asal sayı olacağı yönündeki hipotezini sordu. Euler bunu inceledi ve 1732'de $2^{32} + 1 =$ 4294967297'nin 641'e bölündüğünü bularak hipotezi çürüttü. Euler bunun gibi daha birçok kanıtlanmamış Fermat hipotezi üzerinde çalıştı ve sayı teorisine katkıda bulundu.

Euler'e belki de şöhreti getiren en önemli olay, Jacob Bernoulli, Johann Bernoulli, Daniel Bernoulli, Leibnitz, Stirling ve Moivre gibi en ünlü matematikçilerin çözemediği, sonsuz serilerin toplamının kapalı formunu bulmayı gerektiren bir problemi 1735'te çözmesiydi.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} \right) = \frac{\pi}{6}$$

Euler'in önemli diğer bir katkısı da sonsuz serilerle ilgili olan γ 'yı (Euler-Mascheroni sabiti) 1735'te tanımlamasıydı:

$$\gamma = \lim_{n\to\infty} \left[\left(\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} \right) - \log(n) \right] = \int_1^{\infty} \left(\frac{1}{\lfloor x \rfloor} - \frac{1}{x} \right) dx.$$

Euler γ 'yı 16 basamağa kadar hesapladı: 0.57721 56649 01532 8

Euler Fourier dizileri ile ilgili de çalıştı ve bu serilere dair ilk cebirsel fonksiyonu açıklayan kişi oldu.

Euler ikinci dereceden evrikliği keşfetti ve mükemmel sayıların bile Öklid formunda olması gerektiğini ispatladı:

Mükemmel Sayı : 6, 28, 496 gibi kendisi hariç bütün pozitif çarpanlarının toplamı kendisine eşit olan sayılara denir. Mükemmel sayılar sonsuz sayıdadır. Genel formülleri henüz bulunamamıştır. Ancak $2^n(2^{n+1} - 1)$, sayısının her *n* çift sayısı ve 1 için mükemmel sayı olduğu görülebilir. Tabii buradan mükemmel sayıların çift sayı oldukları anlamı çıkmamaktadır. Yani bu formülün tüm mükemmel sayıların ortak formülü olup olmadığı bilinmemektedir. Ancak şu ana kadar bir tane tek mükemmel sayı bulunamamıştır. Günümüze kadar 44 tane mükemmel sayı bulunmuştur, hepsi ya 6'yla ya da 8'le biter. Euler 8'inci mükemmel sayıyı bulduktan sonra, mükemmel sayıların tek olabileceğini de savunduysa da günümüze kadar bu kanıtlanamamıştır.

- İlk 10 mükemmel sayı :

6

28

496

8128

33550336

8589869056

137438691328

2305843008139952128

2658455991569831744654692615953842176

191561942608236107294793378084303638130997321548169216

- İlk 4 mükemmel sayı için şu ilişkiler geçerlidir:

$$6 = 2^1(2^2 - 1) = 1 + 2 + 3,$$
$$28 = 2^2(2^3 - 1) = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 1^3 + 3^3,$$
$$496 = 2^4(2^5 - 1) = 1 + 2 + 3 + \cdots + 29 + 30 + 31 = 1^3 + 3^3 + 5^3 + 7^3,$$
$$8128 = 2^6(2^7 - 1) = 1+2+3+\cdots+125+126+127 = 1^3+3^3+5^3+7^3+9^3+11^3+13^3+15^3.$$

Yeni büyük asal sayılar buldu ve harmonik serilerin ıraksamasından asal sayıların sonsuz tane olduğu sonucuna vardı. Bu keşif bu alanda 2000 yılda yapılan en büyük buluş olarak kabul edilir ve sayı teorisinin yaratıcısı olmuştur.

Arkadaş sayılar Euler'den 200 sene önce biliniyordu ve 3 çifti keşfedilmişti. Euler 59 çift daha buldu:

Arkadaş Sayılar: İki sayı birbirinin kendisi hariç bölenleri toplamına eşitse bu sayılara **arkadaş sayılar** denir.

Örnek: 220 ve 284

220 : 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284

284 : 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220

Birkaç arkadaş sayı şunlardır: (220, 284), (1184, 1210), (2620, 2924), (5020, 5564), (6232, 6368), (12285, 14595), (17296, 18416), (79750, 88730), (196724, 202444), (469028, 486178), (664747083, 673747893), (106930732, 1142071892), (1558818261, 1596205611), (68606181189, 70516785339), (290142314847, 292821792417)

Euler *e* sabiti (Euler sabiti olarak da bilinir) ile formüller yazan ilk kişidir. Faydasını, tutarlılığını ve bir sanal sayının üssünü almakta nasıl kullanılacağını Euler formülü ile tanımlamıştır:

$$e^{ix} = \cos(x) + i\sin(x)$$

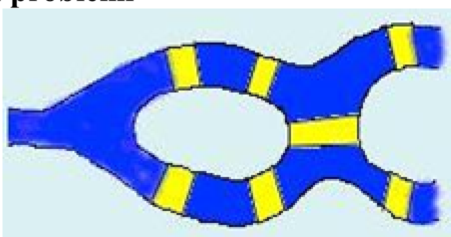
Bu formül tüm fonksiyonların, üstel fonksiyonların ya da polinomların varyasyonu olduğu temel analizdeki üstel fonksiyon tanımının temelini oluşturur. Euler özdeşliğinin daha özel bir hali ise şöyledir:

$$e^{i\pi} + 1 = 0\,.$$

Diğer çalışmaları:

- Newton'un özdeşlikleri, Fermat'nın küçük teoremi, Fermat'nın iki kare toplamı teoremini ispatladı ve Langrange'ın dört kare teoremine önemli katkılar yaptı.
- Euler-Langrange denklemini ortaya çıkaran değişkenler hesabını geliştirdi.
- Bernoulli sayıları, Fourier serileri, venn diyagramı, Euler sayıları, *e* ve pi sabitleri, sürekli kesirler ve integrallerin pek çok uygulamasını tanımladı.
- 1736'da Konisberg'in yedi köprüsü olarak bilinen bir problemi çözdü.

Konisberg'in yedi köprüsü problemi



Yukarıdaki resimde ırmak Almanya'nın Konisberg şehrinden geçen ırmaktır. Irmağın merkezinde ufak bir ada var ve ırmak adayı geçtikten sonra önce birleşiyor daha sonra ise birleşmemek üzere ayrılıyor. Soru şu:
Her köprüden sadece bir tek defa geçilerek şehir gezilebilir mi?

e Sayısının Ortaya Çıkması ve Gelişimi

e sayısının kökeni 17. yüzyılın ilk yıllarına, Napier'in logaritmayı keşfettiği zamana kadar gidiyor (Napier'in Descripto (1618) isimli kitabının Edward Wright tarafından ikinci çevirisinde dolaylı olarak *e* sayısından bahsedildiğini görüyoruz). Bu dönemde coğrafi keşiflerin de etkisiyle uluslararası ticaretle ve finansal işlerde büyük bir artış olmuş ve bileşik faiz fikri daha çok dikkat çekmeye başlamıştı. Bu nedenden dolayı da finansal alanda e sayısı tanınmaya başladı.

Geçmiş zamanlardan beri insanlığın en çok ilgilendiği ve düşüncelerde merkezde yer alan şey paradır. Bu ilginin sonucunda insanlar paralarını artırmanın yollarını ararken, 17'inci yüzyılın başlarında paranın büyümesi ile sonucu sonsuza giden kesin matematiksel bir tanım arasında bir ilişki buldular.

Çok önceki matematik alanyazında parayı arttırma yöntemi olarak faiz bilinir. Bileşik faiz ise şu şekilde işler: 100 YTL'miz olduğunu düşünelim. %5 bileşik faizle bankaya yatıracak olursak ilk yılda 105 YTL olur, ikinci yılda 105 x 1,05 olur. Her yıl faizli fiyattan %5 faiz işler ve böylelikle sürekli artan bir geometrik bir fonksiyon oluşur.

Eğer basit faizle yatırılsa 100, 105, 110, 115 YTL olarak artış gösterecekti. Buradan bileşik faizle paranın daha fazla değer kazandığını görebiliyoruz.

Bunlardan genel bir ifade çıkaralım:

P:Anapara
r: aylık yüzdelik artış

olursa formül $P(1 + r)$ olur. Birinci senede artış $P(1 + r)$ olurken, ikinci senede $P(1 + r)^2$ olur yani genel formül olarak $P(1 + n)^n$ ye ulaşırız.

Bazı bankalar bileşik faizi yıllık hesaplamak yerine kısa dönemlere bölerler. Mesela yıllık bileşik faizi %5 olan bir banka bunu 6 aylık dönemlerde %2,5 uygularsa 100 x $(1.025)^2$ = 105,0625 şeklinde hesaplanır. Bu durumda kişiler 6 kuruş daha fazla kazanırlar. İşte böyle dönemlik, aylık hatta günlük bileşik faiz uygulamaları yapılabilir. Bunu da genelleyerek yine başka bir ifadeye ulaşırız:

$$S = P(1 + r/n)^{nt} \qquad n\text{: yılı bölme sayısı}$$

Bu formül günlük faiz için hesaplanırsa, 100YTL'si olan bir kişi, yılda 105,13 YTL kazanır ve basit faizden 13 kuruş daha fazla kazanmış olur.

Bu faiz eşitliğini daha genel ve özelleşmiş bir hale çevirmek için bankanın %100 faiz verdiğini düşünelim. Elbette bu kadar cömert bir banka bulamayız fakat bunu gerçek olarak değil hipotez olarak ele alıyoruz ve matematiksel bir sonuca varmaya çalışıyoruz. İşlem kolaylığı sağlamak adına P = 1 YTL ve t = 1 yıl olsun.

$$S = (1 + 1/n)^n$$

İşte bu formülü çok büyük n'ler için kullandığımızda sayının n = 10.000.000 için 2,71828'e yaklaştığını görüyoruz.

n	$(1 + 1/n)^n$
1	2
2	2.5
3	2.37037
4	2.44141
5	2.48832
10	2.59374
50	2.69159
100	2.70481
1,000	2.71692

10,000	2.71815
100,000	2.71827
1,000,000	2.71828
10,000,000	2.71828

Limit kullanarak hesapladığımız bu sonucu kesin olarak ifade edebilmek veya bu terimin var olduğunu kanıtlayabilmek için sadece bireysel değerleri hesaplamaktan başka yöntemler kullanmalıyız (Ayrıca büyük n'ler için ifadeyi hesaplamak giderek zorlaşır-birileri üstel fonksiyonu hesaplamak için logaritmayı kullanmalıdır.). Şanslıyız ki böyle bir metot var: Binom Açılımı

Bir ifadeyi binom açılımı kurallarına uygun olarak açabilmek için bize katsayıları verecek olan Pascal üçgenini kullanıyoruz. Fakat katsayıları belirlemek için diğer bir formülü kullanabiliriz:

$$^{n}C_{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad \text{(Eşitlik 1)}$$

Matematiksel tümevarım süreçlerinde, Binom formülü bütün pozitif tamsayı değerleri için kanıtlanabilir. Eğer bütün n'ler için formül doğruysa bir m seçtiğimizde $n = m+1$ için de doğru olmalıdır. Çünkü $n = 1$ için de binom formülü kanıtlanabilir, $(a + b)^1 = a + b$ ve $(a + b)^n$ için ifadenin açılımında $n + 1$ tane terim olduğunu görürüz.

Eşitlik 1'i farklı bir formda yazalım:

$$^{n}C_{k} = \frac{n(n-1)(n-2)........(n-k+1)}{k!} \qquad \text{(Eşitlik 2)}$$

Şimdi Eşitlik 2'den yararlanarak $(1 + 1/n)^n$ formülüne binom açılımı uygulayalım: (Burada $a = 1$ ve $b = 1/n$'dir.)

$$(1+\frac{1}{n})^n = 1+1+\frac{1-\frac{1}{n}}{2!}+\frac{(1-\frac{1}{n})(1-\frac{2}{n})}{3!}+.................. \qquad \text{(Eşitlik 3)}$$

$(1 + 1/n)^n$'nin $n \to \infty$ limitine baktığımızdan beri, n'yi sınırsız olarak büyütmemiz gerekir. Böylelikle ifademiz çok fazla terime sahip olacaktır. Aynı zamanda parantez içindeki ifadeler 1'e yaklaşırlar çünkü $1/n$, $2/n$, vs.'nin $n \to \infty$'a giderken limiti 0'a yaklaşacaktır. Buradan şunu elde ederiz:

$$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n = 1+1+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+.................... \qquad \text{(Eşitlik 4)}$$

Buna karşın hâlâ tam istenilen limit kanıtlanamamıştır. Fakat biz bu limitin varlığını şimdilik kabul edelim. Limiti e ile gösterelim(neden bu harfin seçildiğine değineceğiz.):

$$e = 2+\frac{1}{2!}+\frac{1}{3!}+\frac{1}{4!}+....................... \qquad \text{(Eşitlik 5)}$$

Burada hesaplanan ilk 7 basamak aşağıda verilmiştir.

$2 =$	2
$2 + \frac{1}{2} =$	2.5
$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} =$	2.666…
$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} =$	2.708333…
$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} =$	2.716666…
$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} =$	2.7180555…
$2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{24} + \frac{1}{120} + \frac{1}{720} \frac{1}{5040} =$	2.718253968…

Tabloda her toplamın terimlerinin hızlı bir şekilde azaldığını görüyoruz. Yani seri çok hızlı yakınsamaktadır. Bütün terimler pozitif oldukça yakınsama monotondur. Eklenen her terim bizi limite giderek yaklaştırır. Bu gerçekler $\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n})^n$ 'nin bulunduğunun kanıtında rol oynar. Şimdilik *e*'nin değerini yaklaşık 2,71828 kabul edelim. Eğer daha kesin bir sonuç bulunmak istersek, daha fazla terim ekleyerek daha duyarlı hale getirebiliriz.

e'nin şimdiye dek hesaplanan basamakları, tarihleri ve hesaplayan kişiler ise aşağıdaki tabloda verilmiştir:

Date	Decimal digits	Computation performed by
1748	18[14]	Leonhard Euler
1853	137	William Shanks
1871	205	William Shanks
1884	346	J. M. Boorman
1946	808	?
1949	2,010	John von Neumann (on the ENIAC)
1961	100,265	Daniel Shanks & John W. Wrench
1994	10,000,000	Robert Nemiroff & Jerry Bonnell
May 1997	18,199,978	Patrick Demichel
August 1997	20,000,000	Birger Seifert
September 1997	50,000,817	Patrick Demichel
February 1999	200,000,579	Sebastian Wedeniwski
October 1999	869,894,101	Sebastian Wedeniwski
November 21, 1999	1,250,000,000	Xavier Gourdon
July 10, 2000	2,147,483,648	Shigeru Kondo & Xavier Gourdon
July 16, 2000	3,221,225,472	Colin Martin & Xavier Gourdon
August 2, 2000	6,442,450,944	Shigeru Kondo & Xavier Gourdon
August 16, 2000	12,884,901,000	Shigeru Kondo & Xavier Gourdon
August 21, 2003	25,100,000,000	Shigeru Kondo & Xavier Gourdon
September 18, 2003	50,100,000,000	Shigeru Kondo & Xavier Gourdon
April 27, 2007	100,000,000,000	Shigeru Kondo & Steve Pagliarulo

***e* ile ilişkili Bazı İlginç Sayılar:**

$e = 2.718281828\ldots$

Doğal logaritmanın (diğer adıyla Napier logaritması) temelidir ve $(1 + 1/n)^n$'in $n \to \infty$ iken limitidir. Tekrar eden 1828 yanlış yorumlara yol açabilir, *e* irrasyonel bir sayıdır ve tekrar etmeyen, devirsiz bir ondalıktır. İrrasyonelliği 1737'de Leonhard Euler tarafından kanıtlandı. Charles Hermite 1837'de *e*'nin tam sayı değerleri ile polinomal bir fonksiyon çözümü olamayacağını yani transcendental (aşkın) olduğunu kanıtladı.

e geometrik olarak da farklı yönlerden yorumlanabilir: $x = -\infty$'dan $x = 1$ e kadar $y = e^x$ grafiğinin altında kalan alan, aynı grafiğin $x = 1$ 'deki eğimi gibi, *e*'ye eşittir. $y = 1/x$ hiperbolünün $x = 1$ den $x = e$'ye kadar altında kalan alan da *e*'ye eşittir.

$e^{1/e} = 1.444667861\ldots$

"$y = x^{1/x}$ fonksiyonunun ulaştığı maksimum değeri bulun" şeklindeki Jakob Steiner probleminin çözümü.(Bu değer $x = e^3$ iken bulundu.)

$1/e = 0.367879441\ldots$

$y = e^{-at}$ üstel fonksiyonunun azalışını hesaplamak için kullanılan bir sayıdır. Ayrıca Nicolaus Bernoulli tarafından ortaya konulan "Yanlış yere koyulmuş zarf" probleminde de karşımıza çıkar: "*n* tane adresi yazılmış zarfın içerisine girecek olan *n* tane mektuptan, her birinin yanlış zarfa girme ihtimali kaçtır?" $n \to \infty$'a giderken, ihtimal $1/e^2$ ye yaklaşır.

***e* ve π**

π'nin hikâyesi çok eski zamanlara dayanır; buna karşılık *e* sadece dörtyüz yıldır bilinmektedir.

π sayısı geometride bir problemle meydana çıkmıştır: Bir dairenin çevresini ve alanını nasıl buluruz? *e*'nin kökeni ise çok net değildir, 16'ncı yüzyıla kadar gider. Bileşik faizde yer alan $(1+1/n)^n$ formülünün limit değerinin, *n* artarken, kesin değeri olan 2.71828 fark edildiğinde ortaya çıkmıştır. Böylece *e* bir limit süreci sonunda hesaplanan ilk sayı olarak tarihe geçmiştir. Bir süreliğine sadece merak uyandıran bir sayı gibi duran *e*, Saint-Vincent'in başarılı hiberollerin tümlevi (quadrature of the hyberbola) çalışmasının ardından logaritmik fonksiyonla beraber matematiğin ön sıralarında yerini almıştır. En önemli adımlardan biri ise analizin sonradan e^x olarak tanımlanacak olan ve türevinin yine kendisine eşit olduğu, logaritmik fonksiyonunun tersinin ortaya çıkması keşfidir. Bu, *e* sayısına ve e^x fonksiyonuna analizde önemli bir rol vermiştir.

Matematikte sayıların gelişiminde bu özel sayılar oldukça arkada kalmışlardır. İlk önce insanlar sayma sayılarıyla işlerini halledebilirlerken, sonraları artık bu sayılar yetersiz kalmaya başladı ve kesirli sayılar ortaya çıktı, ardından ondalık sayılar. Ondalık sayıların bulunmasının ardından rasyonel sayıların dışında da sayıların olabileceği keşfedildi ve bunlar da irrasyonel sayılar olarak anılmaya başladı. Bu iki küme birleştirildiğinde reel sayılar kümesi oluştu. Reel sayıların keşfi, reel olmayan sayılarında olabileceği yönündeki karşı tezi ortaya çıkarınca, bu da irrasyonel sayıların keşfi ile sonuç buldu. İrrasyonel sayılardan sonra transcendental (aşkın) sayılar ortaya çıkmaya başladı. transcendental (aşkın) sayılar reel ya da kompleks bir sayı olabilirken cebirsel değillerdi, rasyonel katsayılı polinomal bir eşitliğin çözümü olamıyorlardı. Bu hedefe de ulaşıldıktan sonra dikkat daha fazla bilinen sayılara çevrildi, özellikle de π ve *e*'ye. Bu iki sayı bir yüzyıldan beri irrasyonel olarak bilindi. Euler e'nin irrasyonelliğini 1737 de ve İsveç-Alman matematikçisi Johann Heinrich Lambert de π'nin irrasyonelliğini 1768'de kanıtladı. Lambert π ve *e*'nin transcendental olduğunu da ileri sürdü fakat kanıtlayamadı. Bunlardan *e*'nin transcendental olduğunu kanıtlama işi de Charles Hermite'e nasip oldu.

SONUÇ

Matematik dünyasında belki biraz π 'nin gerisinde kalmış gibi görünse de *e* sayısı aslında en az π kadar değerli bir sayıdır. Üzerine yapılan araştırmalardan derlenen bu çalışmada da görülmektedir ki, *e* ne bir geometrik problem üzerine gelişmiştir, ne de tam olarak nasıl ortaya çıktığı bellidir. *e*'nin babası sayılabilecek isim John Napier olarak geçmektedir fakat onun bile bu sayıyı *e* olarak adlandırmadığı, sadece bazı hesaplarında değer olarak kullandığı sanılmaktadır. Ona *e* diyenin belki de isminin baş harfinden esinlenerek Leonhard Euler olduğu düşünülmektedir. Görüldüğü üzere bunlar bile çok net bilgiler değildir. Yani *e* hala tarihte bir sır olarak durmaktadır.

π =3 alınız gibi ince ayrıntılarda bu değerli sayıların değerlerini küçümsememek dileğiyle…

KAYNAKÇA

- Maor, Eli. *e*:The Story of a Number, 1994, Princeton University Pres, NJ
- Tognetti, Keith. e The Exponential-The Magic Number of Growth, 1998, University of Wollogong Tez çalışması
- *e* sayısı, http://tr.wikipedia.org/wiki/E_say%C4%B1s%C4%B1
- *e* (Mathematical Constant), http://en.wikipedia.org/wiki/E_constant
- The constant *e* of growth and renewal, http://www.recoveredscience.com/constanteofgrowth.htm
- History Topic: The Number *e*, http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/PrintHT/e.html
- *e* = 2.71828...,thebaseofNaturalLogarithms, http://mathforum.org/dr.math/faq/faq.e.html
- http://www.birseyogren.com/hakkinda/exponential-constant/
- Leonhard Euler, http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Biographies/Euler.html
- Leonhard Euler, http://en.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler
- Leonhard Euler, http://tr.wikipedia.org/wiki/Leonhard_Euler
- Eular, http://www.metu.edu.tr/~e118962/project/Eular.html
- http://www.biltek.tubitak.gov.tr/merak_ettikleriniz/index.php?kategori_id=13&soru_id=5037

YAZARLAR

Kursat Yenilmez, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, kyenilmez@ogu.edu.tr

Umut Palabiyik, Erenköy ilkögretim Okulu,umut021@gmail.com